Renaud Sirdey et Fabrice Houssier

Extraction de contours

—

Méthodes dérivatives élémentaires

Éditions des Nik's News
www.niksnews.com/editions/

1998

1 Dérivées norme et orientation du gradient

1.1 Dérivées

Dans le cadre de ce travail on approxime les dérivées partielles (horizontales et verticales) à l'aide des opérateurs de Sobel. A savoir,

$$\frac{\delta A}{\delta x} \approx A_H = A \otimes \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\delta A}{\delta y} \approx A_V = A \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1.2 Norme

La norme du gradient est ensuite calculée de la façon suivante

$$\begin{aligned} \|\vec{\nabla}(\vec{u})\| &= \sqrt{\frac{\delta A}{\delta x}^2(\vec{u}) + \frac{\delta A}{\delta y}^2(\vec{u})} \\ &\approx \sqrt{A_H^2(\vec{u}) + A_V^2(\vec{u})} \end{aligned}$$

1.3 Orientation

L'orientation du contour au point $\vec{u}$ est donnée par

$$\begin{aligned} \theta(\vec{u}) &= \arctan\left(\frac{\frac{\delta A}{\delta y}}{\frac{\delta A}{\delta x}}\right) \\ &\approx \arctan\left(\frac{A_V(\vec{u})}{A_H(\vec{u})}\right) \end{aligned}$$

2 Interpolation

Soit A l'image originale, A_V et A_H les composantes verticale et horizontale du gradient et G_r la norme du gradient.

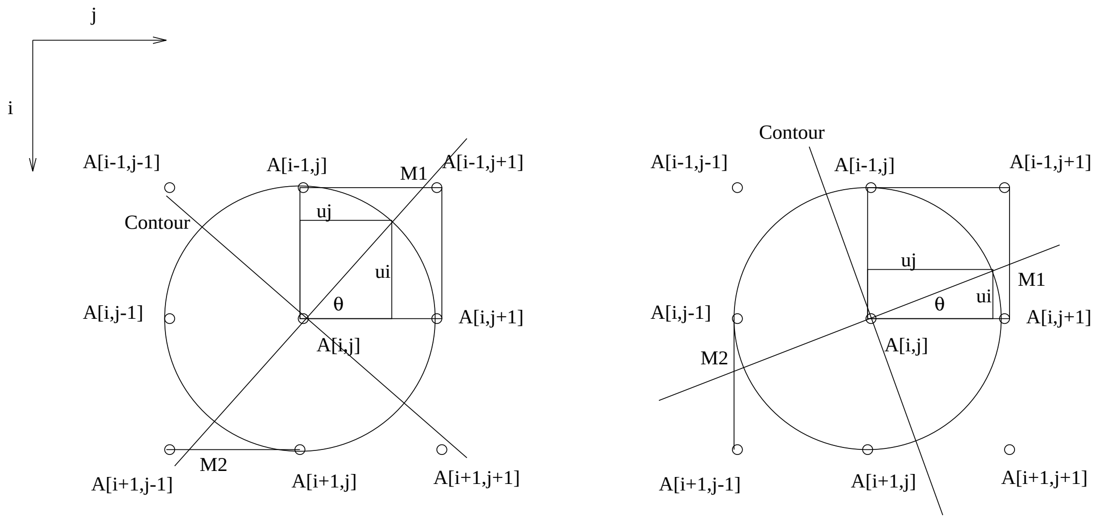
On pose

- $u_i = A_V[i,j]$;
- $u_j = A_H[i,j]$.

2.1 Cas particulier

Dans un premier temps, on se limite au « carré » $[i,j]$, $[i,j+1]$, $[i-1,j+1]$ et $[i-1,j]$ (voir figure 1). On distingue alors deux cas.

FIG. 1 – Cas particulier où l'on se limite au premier cadran. Droite : cas où $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$, gauche : cas où $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$.



2.1.1 Cas $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$

On a

$$
\begin{aligned}
G_{rM_1} &= \left|\frac{u_j}{u_i}\right| (G_r[i-1,j+1] - G_r[i-1,j]) + G_r[i-1,j] \qquad (1)\\
&= \left|\frac{u_j}{u_i}\right| G_r[i-1,j+1] + \frac{|u_i| - |u_j|}{|u_i|} G_r[i-1,j]
\end{aligned}
$$

et

$$
\begin{aligned}
G_{rM_2} &= \left|\frac{u_j}{u_i}\right| (G_r[i+1,j-1] - G_r[i+1,j]) + G_r[i+1,j] \qquad (2)\\
&= \left|\frac{u_j}{u_i}\right| G_r[i+1,j-1] + \frac{|u_i| - |u_j|}{|u_i|} G_r[i+1,j]
\end{aligned}
$$

2.1.2 Cas $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$

On a

$$\begin{aligned} G_{rM_1} &= \left|\frac{u_i}{u_j}\right| (G_r[i-1,j+1] - G_r[i,j+1]) + G_r[i,j+1] \\ &= \left|\frac{u_i}{u_j}\right| G_r[i-1,j+1] + \frac{|u_j|-|u_i|}{|u_j|} G_r[i,j+1] \end{aligned} \tag{3}$$

et

$$\begin{aligned} G_{rM_2} &= \left|\frac{u_i}{u_j}\right| (G_r[i+1,j-1] - G_r[i,j-1]) + G_r[i,j-1] \\ &= \left|\frac{u_i}{u_j}\right| G_r[i+1,j-1] + \frac{|u_j|-|u_i|}{|u_j|} G_r[i,j-1] \end{aligned} \tag{4}$$

2.2 Cas général

Finalement, et dans la mesure où l'on définit la fonction

$$\sigma(a) = \begin{cases} -1 \text{ si } a < 0 \\ 1 \text{ si } a > 0 \\ 0 \text{ si } a = 0 \end{cases} \tag{5}$$

le cas général peut être traité en identifiant les deux cas suivants.

2.2.1 Cas $|u_i| > |u_j|$

$$G_{rM_1} = \left|\frac{u_j}{u_i}\right| G_r[i-\sigma(u_i), j+\sigma(u_j)] + \frac{|u_i|-|u_j|}{|u_i|} G_r[i-\sigma(u_i), j] \tag{6}$$

et

$$G_{rM_2} = \left|\frac{u_j}{u_i}\right| G_r[i+\sigma(u_i), j-\sigma(u_j)] + \frac{|u_i|-|u_j|}{|u_i|} G_r[i+\sigma(u_i), j] \tag{7}$$

2.2.2 Cas $|u_j| > |u_i|$

$$G_{rM_1} = \left|\frac{u_i}{u_j}\right| G_r[i-\sigma(u_i), j+\sigma(u_j)] + \frac{|u_j|-|u_i|}{|u_j|} G_r[i, j+\sigma(u_j)] \tag{8}$$

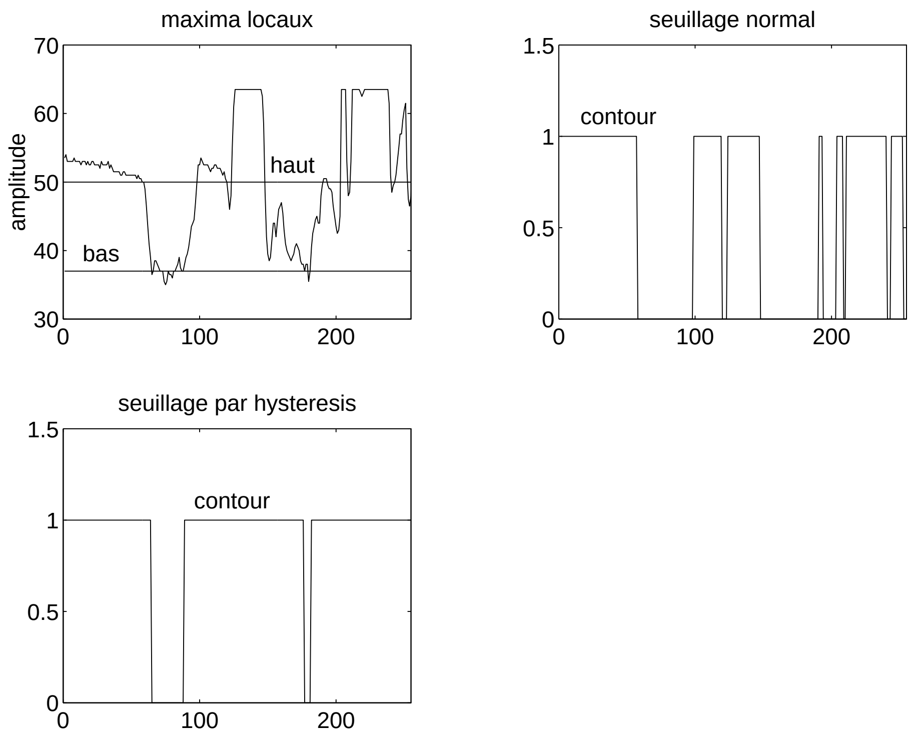
$$G_{rM_2} = \left|\frac{u_i}{u_j}\right| G_r[i+\sigma(u_i), j-\sigma(u_j)] + \frac{|u_j|-|u_i|}{|u_j|} G_r[i, j-\sigma(u_j)] \tag{9}$$

3 Seuillage

3.1 Seuillage « normal »

L'opération de seuillage « normal » consiste à ne conserver que les maxima locaux de valeur supérieure à un seuil donné. Cette technique ne donne pas des résulats satisfaisants car elle extrait des contours beaucoup trop discontinus. La figure 2 compare cette technique au seuillage par hystérésis, étudié ci-après.

FIG. **2** – Comparaison du seuillage « normal » et du seuillage par hystérésis



3.2 Seuillage par hystérésis

3.2.1 Principe

Le principe du seuillage par hystérésis consiste à conserver les maxima locaux

- de valeur supérieure à un seuil haut ;
- de valeur supérieure à un seuil bas connectés à un maximum local de valeur supérieure au seuil haut.

Pour qu'un maximum inférieur au seuil haut soit connecté à un maximum supérieur au seuil haut il est nécessaire qu'il remplisse l'une des deux conditions suivantes

1. son voisin est un maximum local supérieur au seuil haut ;
2. son voisin est connecté à un maximum local supérieur au seuil haut.

Autrement dit, le maximum local étudié doit appartenir à une composante connexe de la carte des maxima locaux retenus.

3.2.2 Algorithmes

Il existe plusieurs façons d'implémenter le seuillage par hystérésis

- une méthode itérative qui consiste à augmenter la longueur des composantes connexes à chaque itération, jusqu'à convergence ;
- une méthode « récursive » présentée ci-après.

Dans le cadre de ce travail, nous avons retenu la méthode dites « récursive » qui se contente d'un seul parcours de la carte des maxima locaux, alors que la méthode itérative en effectue un par itération.

L'algorithme de seuillage utilisé est donc basé sur deux procédures, la procédure `seuil` qui se charge de détecter les maxima locaux de valeur supérieure au seuil haut et la procédure `explore` qui se charge d'explorer récursivement l'ensemble des voisins de chaque maximum.

<u>Procédure `seuil`</u>

```
procedure seuil
arguments :
max  : carte booleene des maximums locaux
amp  : module du gradient
cont : carte booleene des contours
haut : seuil haut
bas  : seuil bas
```

```
debut
  pour i=1 a n
    pour j=1 a n
      si max(i,j) et amp(i,j)>haut
        max(i,j)=0                ; anti-cycle
        cont(i,j)=1               ; contour detecte
        explore(max,amp,i,j,bas)  ; exploration des voisins
        finsi
    finpour
  finpour
fin
```

Procédure explore

```
procedure explore
arguments :
max  : idem
amp  : idem
cont : idem
i    : ligne du dernier maximum detecte
j    : colonne du dernier maximum detecte
bas  : idem (ici, on a pas besoin du seuil haut)
debut
  pour chaque voisin
    si max(voisin) et amp(voisin)>bas
      max(voisin)=0               ; anti-cycle
      cont(voisin)=1
      explore(max,amp,voisin,bas) ; exploration des voisins
    finsi
  finpour
fin
```

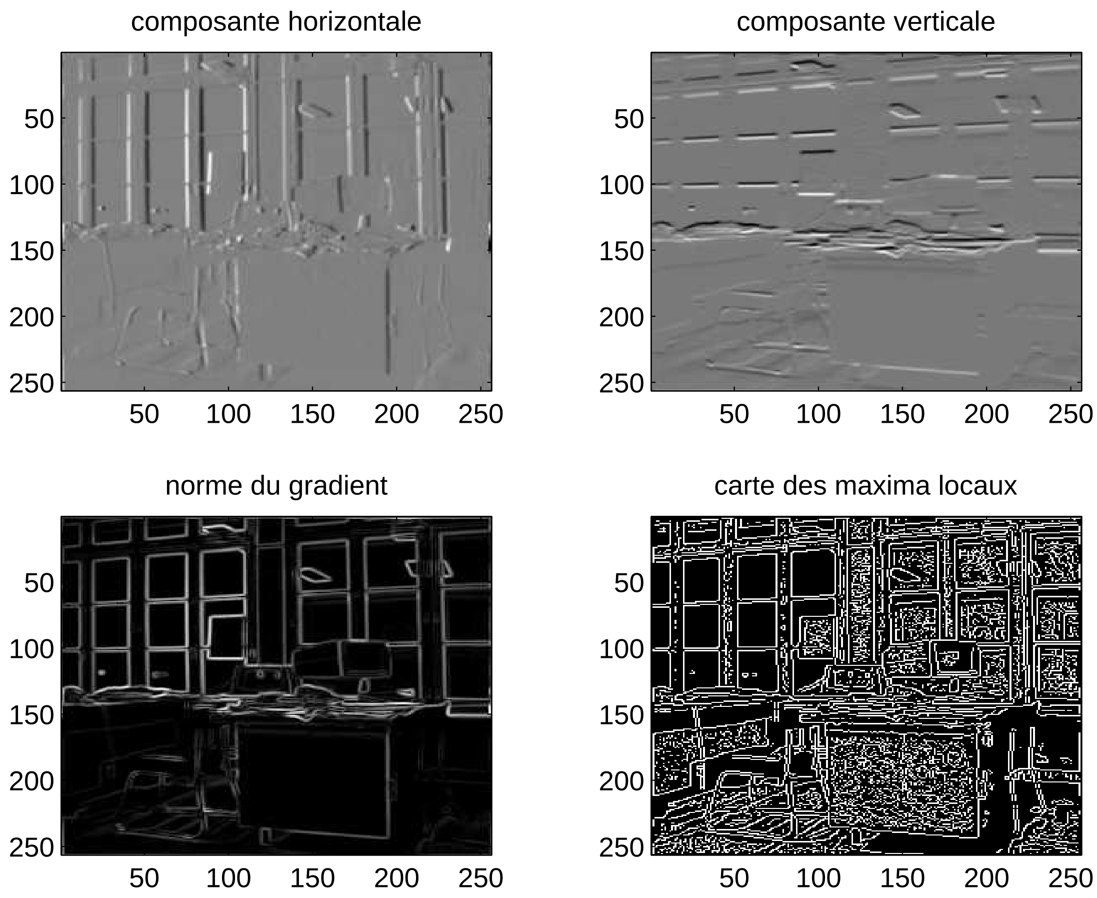
4 Résultats et conclusion

4.1 Résultats

La figure 3 représente les composantes horizontale et verticale du gradient ainsi que sa norme et la carte des maxima locaux, sur l'images bureau. La figure 4 représente les résulats respectifs des seuillages « normaux » et par hystérésis sur la même image.

La figure 5 montre les contours extraits par la méthode sur l'image bureau.

FIG. **3** – Composantes horizontale et verticale du gradient, norme du gradient et carte des maxima locaux pour l'image bureau.



4.2 Conclusion

Le problème des techniques utilisées dans ce travail est qu'elles restent « manuelles » au sens où les seuils doivent être adaptés à chaque image en fonction des contours désirés par l'utilisateur. Il semble raisonnable de choisir un seuil bas égal à la variance du bruit perturbant l'image (ce paramètre pouvant être estimé à l'aide des estimateurs spectraux classiques).

FIG. 4 – Résultats et comparaison des méthodes de seuillage pour l'image bureau, les seuils hauts et bas sont respectivement 5 et 15.

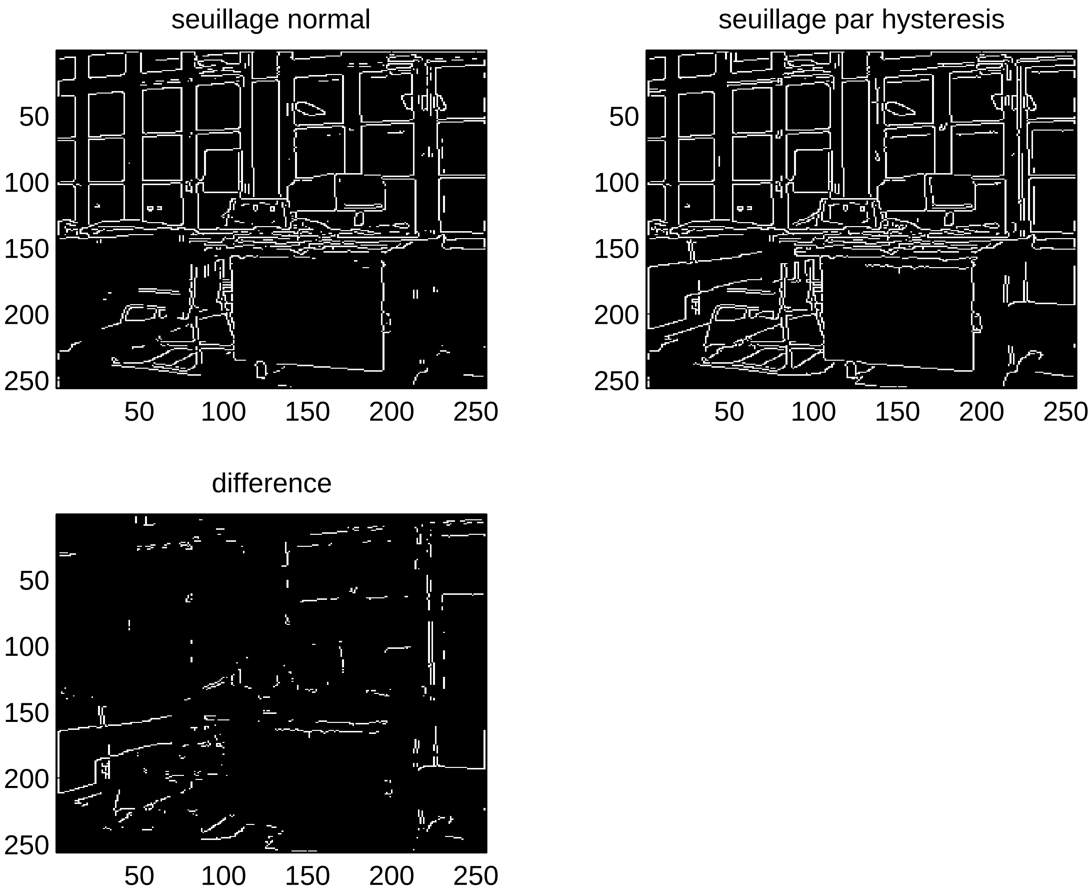


FIG. 5 – Résultats de l'extraction de contours sur l'image bureau.

Il peut aussi être intéressant de soumettre les images à un prétraitement permettant d'enlever du bruit tout en conservant les contours (le filtrage médian pourrait être un choix raisonnable).